BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2002 – 2003

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC
MÔN TOÁN
** Bản hướng dẫn chấm thi này có 4 trang **

I. Các chú ý khi chấm thi

1) Hướng dẫn chấm thi (HDCT) này nêu biểu điểm chấm thi tương ứng với đáp án nêu dưới đây.

2) Nếu thí sinh có cách giải đúng, cách giải khác với đáp án, thì người chấm cho điểm theo số điểm qui định dành cho câu (hay phần ♦) đó.

3) Việc vận dụng HDCT chi tiết tới 0,25 điểm phải thống nhất trong tất cả các tổ chấm thi môn Toán của Hội đồng.

4) Sau khi cộng điểm toàn bài mới làm tròn điểm môn thi theo qui định chung.

II. Đáp án và cách cho điểm

Bài 1 *(3 điểm).*

1. (2, 5 điểm)

- Tập xác định R \ { 2}. ***(0, 25 điểm)***

- Sự biến thiên:

a) Chiều biến thiên:

♦ $y = -x + 2 - \frac{1}{x-2}$, $y' = \frac{-x^2 + 4x - 3}{(x-2)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

y'< 0 với $\forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; \infty)$: hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(3; +\infty)$.

y' > 0 với $\forall x \in (1; 2) \cup (2; 3)$: hàm số đồng biến trên các khoảng (1; 2), (2; 3). ***(0, 75 điểm)***

b) Cực trị:

♦ Hàm số có hai cực trị: cực tiểu $y_{CT} = y(1) = 2$, cực đại $y_{CĐ} = y(3) = -2$. ***(0, 25 điểm)***

c) Giới hạn:

♦ $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{-x^2 + 4x - 5}{x-2} = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 2^+} y = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{-x^2 + 4x - 5}{x-2} = -\infty$. Đồ thị có tiệm cận đứng x = - 2. ***(0, 25 điểm)***

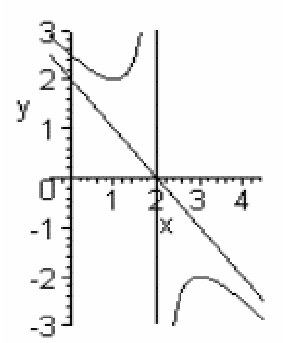
♦ $\lim\limits_{x \to \infty} [y - (-x + 2)] = \lim\limits_{x \to \infty} (-\frac{1}{x-2}) = 0$. Đồ thị có tiệm cận xiên y = - x + 2. ***(0, 25 điểm)***

d) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	‖	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	CT 2	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	- 2 CĐ	↘	$-\infty$

(0, 25 điểm)

- Đồ thị:



Vẽ đúng dạng đồ thị :

+ Giao với Oy: tại điểm (0; 2,5)

+ Đồ thị có tâm đối xứng tại điểm (2 ; 0).

+ Đồ thị có hai tiệm cận: x = 2 và y = - x + 2.

(0, 50 điểm)

2. (0, 5 điểm)

♦ $y = -x + 2 + \dfrac{m^2 - 6m - 1}{x + m - 2}$, đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x \to 2} y = \infty$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{m^2 - 6m - 1}{x + m - 2} = \infty$. Qua giới hạn có 2 + m – 2 = 0 hay m = 0. ***(0, 25 điểm)***

♦ Với m = 0 ta có $y = \dfrac{-x^2 + 4x - 5}{x - 2} = -x + 2 - \dfrac{1}{x - 2}$; nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = -x + 2$.

Vậy giá trị cần tìm của m là m = 0. ***(0, 25 điểm)***

Bài 2 *(2 điểm)*

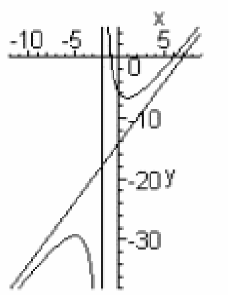
1. (1 điểm)

♦ $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{(x + 1)^2} = x + 1 - \dfrac{2}{(x + 1)^2}$

$\Rightarrow \displaystyle\int \dfrac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{(x + 1)^2} dx = \dfrac{x^2}{2} + x + \dfrac{2}{x + 1} + C;$ ***(0, 75 điểm)***

♦ Vì $F(1) = \dfrac{1}{3}$ nên $C = -\dfrac{13}{6}$. Do đó $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + x + \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{13}{6}$. ***(0, 25 điểm)***

2. (1 điểm)



♦ Giải phương trình:

$$\frac{2x^2 - 10x - 12}{x + 2} = 0$$

ta tìm được các cận lấy tích phân là: - 1 và 6.

(0, 25 điểm)

♦ Diện tích hình phẳng S cần tìm

$$S = \int_{-1}^{6} \left| \frac{2x^2 - 10x - 12}{x + 2} - 0 \right| dx = \int_{-1}^{6} \frac{-2x^2 + 10x + 12}{x + 2} dx = \int_{-1}^{6} (14 - 2x - \frac{16}{x + 2}) dx$$

$= (14x - x^2 - 16\ln|x+2|)\Big|_{-1}^{6} = 63 - 16\ln 8.$ **(0, 75 điểm)**

Bài 3 *(1, 5 điểm)*

1. *(1 điểm).*

♦ Giả sử điểm M ở góc phần tư thứ nhất và M = $(x;\ y)$. Khi đó theo đầu bài ta có các hệ thức: các bán kính qua tiêu $MF_1 = a + ex = 15$, $MF_2 = a - ex = 9$, khoảng cách giữa các đường chuẩn: $2\,.\,\frac{a}{e} = 36$. Vậy $a = 12$, $e = \frac{2}{3}$, $x = \frac{9}{2}$. **(0, 75 điểm)**

♦ Vì $c = a.e = 8$ và có $b^2 = a^2 - c^2 = 80$ nên phương trình chính tắc của elíp (E) là

$$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{80} = 1$$

(0, 25 điểm)

2. *(0, 5 điểm).*

♦ Tiếp tuyến với elíp (E) tại điểm M($\frac{9}{2}$; $\frac{5\sqrt{11}}{2}$) là $x + \sqrt{11}\,y = 32$. **(0, 25 điểm)**

♦ Trên elíp (E) còn 3 điểm có toạ độ là ($-\frac{9}{2}$; $\frac{5\sqrt{11}}{2}$), ($\frac{9}{2}$; $-\frac{5\sqrt{11}}{2}$), ($-\frac{9}{2}$; $-\frac{5\sqrt{11}}{2}$) cũng có các bán kính qua tiêu là 9 và 15. Do đó ta còn có 3 phương trình tiếp tuyến với elíp (E) tại các điểm (tương ứng) đó là : $-x + \sqrt{11}\,y = 32$, $x - \sqrt{11}\,y = 32$, $x + \sqrt{11}\,y = -32$ **(0, 25 điểm)**

Bài 4 *(2, 5 điểm)*

1. *(1 điểm)*

♦Theo đầu bài ta có A= (2; 4; -1), B = (1; 4; -1), C = (2; 4; 3), D = (2; 2; -1). Do đó:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = (-1).0 + 0.0 + 0.4 = 0 \quad \Rightarrow \quad AB \perp AC$$

$$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} = 0.0 + 0.(-2) + 4.0 = 0 \quad \Rightarrow \quad AC \perp AD$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = (-1).0 + 0.(-2) + 0.0 = 0 \quad \Rightarrow \quad AB \perp AD$$

(0, 75 điểm)

♦ Thể tích khối tứ diện ABCD tính theo công thức

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{4}{3} \quad (\text{do } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0;\ 4;\ 0))$$

(0,2 5 điểm)

2. *(0, 75 điểm)*

♦ Đường thẳng CD nằm trên mặt phẳng (ACD) mà mặt phẳng (ACD) ⊥ AB nên đường vuông góc chung Δ của AB và CD là đường thẳng qua A và vuông góc với CD. Vậy đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (0;\ -2;\ 1)$ và phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

(0, 50 điểm)

♦ Mặt phẳng (ABD) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]$ = (0; 0; 2). Vậy góc nhọn φ giữa Δ và mặt phẳng (ABD) xác định bởi biểu thức:

$$\sin\varphi = \frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|} = \frac{|0.0+0.(-2)+2.1|}{\sqrt{2^2}.\sqrt{(-2)^2+1^2}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$ **(0, 25 điểm)**

3. *(0, 75 điểm)*

♦ Phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$$

Bốn điểm A, B, C, D nằm trên mặt cầu nên có toạ độ thoả mãn phương trình trên. Do đó các hệ số a, b, c, d là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 21+4a+8b-2c+d=0 & A\in(S) \\ 18+2a+8b-2c+d=0 & B\in(S) \\ 29+4a+8b+6c+d=0 & C\in(S) \\ 9+4a+4b-2c+d=0 & D\in(S) \end{cases}$$

Giải hệ này có a = $-\frac{3}{2}$, b = -3, c = - 1, d = 7. Do đó phương trình mặt cầu (S) là:

$$x^2+y^2+z^2-3x-6y-2z+7=0.$$ **(0, 50 điểm)**

♦ Mặt cầu (S) có tâm K = ($\frac{3}{2}$; 3; 1) và bán kính R = $\frac{\sqrt{21}}{2}$; phương trình của mặt phẳng (ABD) là: z + 1 = 0. Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABD) có dạng z + d = 0. Mặt phẳng đó là tiếp diện của mặt cầu (S) khi và chỉ khi khoảng cách từ tâm K đến mặt phẳng đó bằng R:

$$\frac{|1.1+d|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{21}}{2} \Rightarrow d_1=\frac{\sqrt{21}-2}{2},\ d_2=-\frac{\sqrt{21}+2}{2}.$$

Vậy có hai tiếp diện của mặt cầu (S) cần tìm là:

$$(\alpha_1):\ z+\frac{\sqrt{21}-2}{2}=0$$

$$(\alpha_2):\ z-\frac{\sqrt{21}+2}{2}=0$$ **(0, 25 điểm)**

Bài 5 *(1 điểm).*

♦ Hệ thức $C_{x+1}^{y}:C_{x}^{y+1}:C_{x}^{y-1}=6:5:2$ với x và y là các số nguyên dương mà $2\le y+1\le x$ cho hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \dfrac{C_{x+1}^{y}}{6}=\dfrac{C_{x}^{y+1}}{5} \\ \dfrac{C_{x+1}^{y}}{6}=\dfrac{C_{x}^{y-1}}{2} \end{cases}$$ **(0, 50 điểm)**

♦ Giải hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{(x+1)!}{6y!(x+1-y)!}=\dfrac{x!}{5(y+1)!(x-y-1)!} \\ \dfrac{(x+1)!}{6y!(x+1-y)!}=\dfrac{x!}{2(y-1)!(x-y+1)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{6(x-y)(x+1-y)}=\dfrac{1}{5(y+1)} \\ \dfrac{x+1}{6y}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$$ **(0, 50 điểm)**

--------- HẾT ---------